

# 一种面向低轨导航增强星座优化的非支配排序遗传算法

薛向宏<sup>1,2</sup>, 宋天航<sup>1,2</sup>, 张友民<sup>3</sup>, 穆凌霞<sup>1,2</sup>

(1. 西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048; 2. 陕西省复杂系统控制与智能信息处理重点实验室, 西安 710048; 3. 康考迪亚大学机械、工业与航空工程系, 蒙特利尔 H3G1M8)

**摘要:** 为解决低轨导航增强星座面临的全球覆盖困难、覆盖区域导航精度不足以及星座设计复杂等难题, 提出一种多目标关联染色体非支配排序遗传算法。该算法深入分析星载与空间约束条件, 依据星座构型特征及任务规划需求, 设计出合理的决策变量, 并构造能够综合评价星座覆盖性能与导航精度的目标函数。在算法实现上, 采用Cubic映射方法初始化种群, 依据关联染色体策略进行交叉与变异操作, 运用自适应变异机制更新子代, 并通过非支配排序与拥挤度计算, 构建出多目标问题的近似Pareto前沿面, 从而在提升星座覆盖率的同时, 确保覆盖区域内的导航精度。仿真结果显示, 所绘制的近似Pareto面权重分布均匀, 相较于遗传算法和粒子群算法, 收敛速度更快, 近似最优解值更优。通过仿真平台验证, 该模型与算法的正确性和优越性得以充分证实。

**关键词:** 低轨卫星导航增强; 混合轨道; 多目标优化; 遗传算法; 关联染色体

**中图分类号:** V474.2+.5    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1000-1328(2025)06-1214-14

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2025.06.016

## A Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Low Earth Orbit Navigation Augmentation Constellation Optimization

XUE Xianghong<sup>1,2</sup>, SONG Tianhang<sup>1,2</sup>, ZHANG Youmin<sup>3</sup>, MU Lingxia<sup>1,2</sup>

(1. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;  
2. Shaanxi Key Laboratory of Complex System Control and Intelligent Information Processing, Xi'an 710048, China;  
3. Department of Mechanical, Industrial and Aerospace Engineering, Concordia University, Montreal H3G1M8, Canada)

**Abstract:** To tackle the challenges of achieving global coverage, enhancing navigation accuracy within covered regions, and simplifying constellation design for low-Earth-orbit navigation augmentation systems, a multi-objective associated chromosome non-dominated sorting genetic algorithm is introduced. The algorithm meticulously analyzes onboard and spatial constraints, designs decision variables in accordance with constellation configuration characteristics and mission planning requirements, and formulates an objective function to comprehensively evaluate constellation coverage performance and navigation accuracy. During implementation, the population is initialized using the Cubic mapping method. Crossover and mutation operations are conducted based on an associated chromosome strategy, while offspring are updated through an adaptive mutation mechanism. An approximate Pareto front surface for the multi-objective problem is constructed through non-dominated sorting and crowding distance calculations, thereby optimizing constellation coverage and navigation accuracy concurrently. Simulation results indicate a uniform distribution of weight points on the drawn approximate Pareto surface. Compared to genetic and particle swarm algorithms, the proposed algorithm exhibits a notable reduction in convergence generations and yields a superior approximate optimal solution value. The model's accuracy and the algorithm's superiority are effectively validated through integration with a simulation platform.

**Key words:** Low-earth-orbit satellite navigation augmentation; Hybrid orbits; Multi-objective optimization; Genetic algorithms; Related chromosome

收稿日期:2024-07-24; 修回日期:2024-09-11

基金项目:国家自然科学基金(62103326);航天飞行动力学技术重点实验室基金(KCJ6142210220207);陕西省重点研发计划(2025CY-YBXM-101)

## 0 引言

全球导航卫星系统(GNSS)是最为重要的时空基础设施之一,能为全球用户提供全天候、全方位、高精度的导航、定位与授时服务。随着多GNSS的快速发展,到2020年伽利略和北斗星座部署时,已有约120颗卫星可用。对于北斗系统,预计将进一步改进,例如通过可用的星间链路进行自主轨道确定<sup>[1]</sup>。然而,随着传统行业的升级、5G/6G技术、物联网技术等新技术的发展,用户对导航时间和空间精度的要求和应用场景越来越复杂,现有GNSS也面临着一些挑战:1)脆弱性,由于GNSS卫星轨道高,传播距离远,卫星与地面通信空间链路损耗更大,这使GNSS在密集城市和室内等强衰减环境中受到严重限制,由于信号微弱,也更容易受到干扰和欺骗<sup>[2]</sup>;2)精确定位的收敛时间长,由于GNSS卫星轨道高度高,几何分布变化缓慢,多GNSS精确点定位(PPP)要达到10 cm的定位精度,仍然需要几分钟甚至10 min以上的时间;3)复杂环境下的可用性差,特别是在没有密集区域网络的地区,如海洋、沙漠等,仍存在导航盲区。

目前,低地球轨道(LEO)星座已成为研究热点。与高地球轨道和中地球轨道相比,低地球轨道低轨卫星的测距信号传播路径较短,信号功率损失较小,卫星功耗较低。研究表明,在近地轨道下,1.5 GHz信号强度提高了约30 dB<sup>[2-3]</sup>,具有更好的抗干扰和抗欺骗性能。与GNSS卫星相比,低轨道卫星在天空中的角运动更大,其几何形状的快速变化可以大幅缩短PPP的收敛时间,通过引入LEO星座,有望将收敛时间缩短到几分钟<sup>[4-5]</sup>。OneWeb、SpaceX和波音等商业公司已计划发射由数百或数千颗LEO卫星组成的星座,以提供全球互联网接入<sup>[6-8]</sup>。LEO在导航中的应用也备受关注。理论研究方面,Engel等<sup>[3]</sup>通过将近地轨道卫星加入全球导航卫星系统提高了轨道的多样性。Reid等<sup>[9]</sup>在完整系统架构的基础上,验证了将商业星座作为GNSS导航补充的可行性。同济大学的研究人员提出了LEO增强型全球导航卫星系统的概念,并对其在不同运行模式下的精确定轨、精确时钟估计和空间信号测距误差的性能进行了系统评估<sup>[10]</sup>。实验部署方面,铱星NEXT星座宣布了其“卫星授时和定位服务”,该服务提供了20~50 m的定位精度和优于200 ns的授

时精度。铱星NEXT星座作为后备导航技术,提高了导航服务弹性。除了完全部署的铱星NEXT星座外,国内的“鸿雁”和“鸿云”星座,都考虑了通信和导航的融合<sup>[11]</sup>。武汉大学发射了科学实验卫星“珞珈一号”,展示了低轨道卫星导航增强的初始能力。这些研究表明,低轨道卫星系统可以极大增强GNSS性能。低轨导航增强系统分为信息增强系统与信号增强系统,LEO星座凭借其卫星数目的优势,能够具备独立备份导航的能力,作为非GNSS系统信号源向用户发射导航信号,为用户提供额外观测量进行信号增强,从而形成“导航卫星+增强卫星”的联合定位系统<sup>[12]</sup>。对低轨卫星导航信号增强星座的设计和优化是本文的重点。

低轨道卫星星座包含多个相互协调组合的低轨卫星,在集中或分布式控制下相互同步,一起运行,以便更好完成地面覆盖任务<sup>[13]</sup>。星座设计的目标是通过设计一组卫星参数拓展生成多卫星星座组合,并通过优化实现星座各项性能的整体最优<sup>[14]</sup>。典型的全球覆盖模型包括Walker星座模型<sup>[15]</sup>、极地轨道模型<sup>[16]</sup>、Flower星座模型<sup>[17]</sup>等。然而,单一的星座模型难以实现较高效率的覆盖,且在局部区域的覆盖能力表现尤为不佳。文献[18]将双Walker LEO星座与单个星座进行了比较,验证了在相同卫星总数下,混合星座的覆盖性、兼容性和互操作性更强。此外,SpaceX、Telesat以及北斗宣布的LEO星座本质上也都是混合星座<sup>[19-20]</sup>。因此,对混合星座的设计能够提高低轨卫星星座的工作效率与导航能力。

给定空间任务的卫星星座优化问题是一个复杂的多输入优化过程,目前已有一些针对单目标星座优化设计的研究,如穷举枚举算法和进化算法等<sup>[21-22]</sup>。然而,导航性能不能从单一角度衡量,在评价导航星座性能时,需要考虑定位精度、连续性等多项因素。目前,多目标优化方法在航空航天工程的研究中已经得到了广泛应用<sup>[23-25]</sup>。近年来卫星星座的优化设计受到了国内外学者的广泛关注,多目标遗传算法、多目标粒子群算法、多目标模拟退火算法等智能优化算法成为解决卫星星座多目标优化设计的常见算法<sup>[26-33]</sup>。姜兴龙等<sup>[26]</sup>采用改进非支配近邻免疫算法对系统进行了优化,找到了卫星总数最小化,而覆盖率百分比最大化的Pareto最优解,但该模型只考虑了星座的成本与覆盖性而未考虑导航精度。Savitri等<sup>[27]</sup>提出了一种基于多目标遗传

算法的非对称星座轨道,以最大限度地提高覆盖率并最小化重访时间。Paek 等<sup>[28]</sup>提出了一种可重构的星座技术来优化全球和区域覆盖,证明了遗传算法与模拟退火相比的有效性。Han 等<sup>[30]</sup>采用多目标粒子群优化算法求解 LEO 星座设计问题,性能指标包括位置精度因子、可见卫星数和轨道高度 3 个目标。但该模型只考虑了星座的工作效率,对星座的覆盖性能考虑不足。Meziane 等<sup>[32]</sup>采用多目标遗传算法在覆盖率、卫星总数和卫星高度之间权衡,给出了不同高度范围下的星座优化设计,但该方法未突出星座构型对导航性能的影响。综上可知,现有星座设计建模均未考虑覆盖率与覆盖区域导航精度的权衡,在求解方法上也未考虑 Walker 星座相位因子的约束,而相位因子的变化将很大程度影响星座的工作性能,这一约束对算法的拓展性和种群进化方向的改变提出了要求。此外,多目标粒子群算法虽然全局搜索能力较强,但对于离散优化问题处理不佳且参数选择困难,多目标模拟退火算法虽然灵活性较好,但其极易陷入局部最优,且时间成本较高。多目标免疫算法虽然自适应能力与学习能力较强,但其计算复杂度高且同样易陷入局部最优。因此,多目标遗传算法在解决星座设计问题中应用广泛。

针对导航增强星座覆盖范围有限,导航精度低,星座设计困难的问题,本文以导航精度因子与全球覆盖率为优化指标,以星载设备性能、导航原理、星座构型等为约束对双 Walker 混合低轨卫星导航增强星座进行建模。针对模型相位约束强相关和决策变量较多导致初始不均匀的问题,提出了多目标关联染色体非支配排序遗传算法对优化问题进行求解,算法对 Walker 星座中轨道面数、相位因子等跟随卫星总数发生变异的变量,进行了染色体拓展,提出了关联染色体的交叉/变异策略,基于 Cubic 混沌映射优化初始解,并根据适应度函数收敛过程设计自适应变异算子,使改进算法能够以更高的效率获得近似最优的星座构型。最后,利用 MATLAB 与卫星工具包仿真平台结合的仿真分析验证了低轨卫星导航增强星座模型的正确性与算法的优越性。

## 1 星座寻优问题

为了实现 GNSS 导航增强的目的,需要设计一个额外的低轨卫星星座,这是低轨卫星参与导航增强

任务的前提和基础。本章采用了双 Walker 混合星座的设计方法,依据该方法定义了星座的决策变量、建立了双 Walker 混合星座模型,并给出了该模型的约束条件。

### 1.1 系统模型与决策变量

本节首先提出了双 Walker 混合星座的数学模型与全球观测点模型;其次,以混合星座中卫星轨道要素及数量为变量,定义了导航增强混合低轨卫星星座模型的决策变量。

#### 1) 混合星座模型

Walker 星座由于其对称分布和良好的全球覆盖,是最对称和最著名的星座类型之一。Walker 星座几何形状用  $N/P/F$  这 3 个整数表示。其中,  $N$  为星座的卫星总数,  $P$  为轨道面个数,  $F$  为相位因子。星座中第一个轨道面的第一颗卫星被定义为种子卫星,则 Walker 星座上  $i$  轨道面第  $j$  颗卫星可以表示为:  $a_{ij} = a_0, e_{ij} = e_0, I_{ij} = I_0, \Omega_{ij} = \Omega_0 + 2\pi \cdot (i - 1)/P, \omega_{ij} = \omega_0, M_{ij} = M_0 + 2\pi F \cdot (i - 1)/N + 2\pi P \cdot (j - 1)/N$ 。式中:  $a_0, e_0, I_0, \Omega_0, \omega_0$  和  $M_0$  为种子卫星在初始历元的轨道高度、偏心率、倾斜角、升交点赤经、近地点张角和平近点角。圆轨道偏心率取  $e_0 = 0$ , 由于星座执行全球覆盖任务,本文不对升交点赤经  $\Omega_0$  与平近点角  $M_0$  进行研究。

将星座中轨道面  $i$  的第  $j$  颗卫星转换在地心坐标系下,对应坐标  $(x_e, y_e, z_e)$  表示为

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} = R_1 R_2 R_3 \begin{bmatrix} (r_e + a_{ij}) \cdot \cos M_{ij} \\ (r_e + a_{ij}) \cdot \sin M_{ij} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $r_e$  为地球半径; 坐标转换矩阵  $R_1, R_2, R_3$  定义为

$$\begin{cases} R_1 = \begin{bmatrix} \cos \omega_{ij} & -\sin \omega_{ij} & 0 \\ \sin \omega_{ij} & \cos \omega_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos I_{ij} & -\sin I_{ij} \\ 0 & \sin I_{ij} & \cos I_{ij} \end{bmatrix} \\ R_3 = \begin{bmatrix} \cos(\Omega_{ij} - \alpha) & -\sin(\Omega_{ij} - \alpha) & 0 \\ \sin(\Omega_{ij} - \alpha) & \cos(\Omega_{ij} - \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\alpha$  为地心坐标系  $x$  轴与惯性坐标系  $x$  轴夹角,随地球自转时间而改变。

对于低轨卫星而言,单一的 Walker 星座很难实现全球覆盖,尤其在两极或赤道覆盖性能与导航性能表现不佳。引入新的 Walker 星座对单一 Walker 星座进行补充能够有效提高星座的工作效率,如

图1所示。补充Walker星座具有其单独的轨道高度、倾角、相位因子及种子卫星,能够解决单一Walker星座在局部覆盖性能不足的问题。

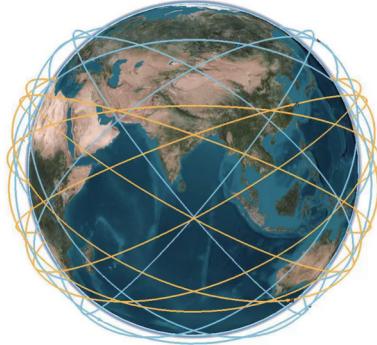


图1 GNSS 导航增强卫星分布场景

Fig. 1 GNSS navigation augmentation satellite distribution scenarios

### 2) 全球观测模型

为了考量星座在全球范围的连续性、覆盖性以及导航性能,本文提出了星座对地面在时间和空间离散化处理的全球观测模型。

使用斐波那契网格<sup>[33]</sup>在地球表面生成均匀采样点,从而对地球观测表面进行空间离散化,设采样点个数为N,则在地心坐标系下,第n个采样点坐标( $x_n, y_n, z_n$ )表示为

$$\begin{cases} z_n = (2n - 1)/N - 1 \\ x_n = \sqrt{1 - z_n^2} \cdot \cos(2\pi n \varphi) \\ y_n = \sqrt{1 - z_n^2} \cdot \sin(2\pi n \varphi) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\varphi = 0.618$ 为黄金分割比。

对于第i个Walker星座轨道高度 $a_i$ 已知情况下,由开普勒方程可知星座周期 $T_i = 2\pi \sqrt{\frac{(a_i + r_e)^3}{GM}}$ ( $i = 1, 2$ )。其中, $G$ 为地球引力常数, $M$ 为地球质量,混合星座周期 $T = \text{lcm}(T_1, T_2)$ ,函数lcm( $T_1, T_2$ )表示 $T_1$ 与 $T_2$ 的最小公倍数。本文固定离散时间采样间隔为 $\Delta t$ ,则对于不同参数的双Walker星座,采样时刻数 $N_i = \frac{T}{\Delta t}$ 。

### 3) 决策变量

双Walker星座的构型决定了其覆盖性能与导航性能,本文假设双Walker星座的轨道高度分别已知,在给定卫星总数 $N_{\text{total}}$ 的前提下,通过分配Walker星座1和2的卫星数量以及改变各自种子卫星的轨道要素,从而影响星座的性能指标,设决策变量 $\mathbf{x} =$

$[N_1, P_1, F_1, I_1, \omega_1, P_2, F_2, I_2, \omega_2]$ ,其中, $N_i/P_i/F_i$ 表示第i个Walker星座的几何形状, $N_2 = N_{\text{total}} - N_1$ , $I_i$ 和 $\omega_i$ 表示第i个Walker星座种子卫星的轨道要素。

## 1.2 性能指标

下面从全球覆盖率和覆盖区域导航精度对导航增强混合低轨卫星星座模型性能指标进行分析,并给出量化评价方式。

### 1) 全球覆盖率

地表区域上空能够被低轨卫星有效覆盖是混合星座执行导航增强任务的前提和基础,卫星导航能够正常工作,地面观测点上空必须至少被4颗卫星同时覆盖。设第n个采样点在采样时刻t上空可见卫星数为 $v_n^t$ ,导航任务最小可见卫星数为 $v_{\min}$ ( $v_{\min} \geq 4$ )本文对该采样点在采样时刻t上空覆盖状态矩阵 $V = \{V_n^t\}$ 定义如下:

$$V_n^t = \begin{cases} 1, & v_n^t \geq v_{\min} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

则混合低轨导航增强星座在周期T的覆盖率C表示为

$$C = \Delta t \cdot \sum_{t=1}^{T/\Delta t} \left( \sum_{n=1}^N V_n^t \right) / T \times 100\% \quad (5)$$

### 2) 导航精度

对于导航星座而言,最关心的就是其定位精度,其受到各伪距测量值的影响并取决于星座的空间构型,在导航领域中一般称为精度因子(Dilution of precision, DOP)<sup>[35]</sup>。如图2所示,某时刻地面接收机选择用于定位解算的4颗卫星 $S_1, S_2, S_3, S_4$ 地心惯性坐标系下接收机的位置矢量为 $\mathbf{R}_o(X_o, Y_o, Z_o)$ ,卫星到接收机的位置矢量为 $\mathbf{R}_i(X_i, Y_i, Z_i)$ (其中*i*=1,2,3,4)。

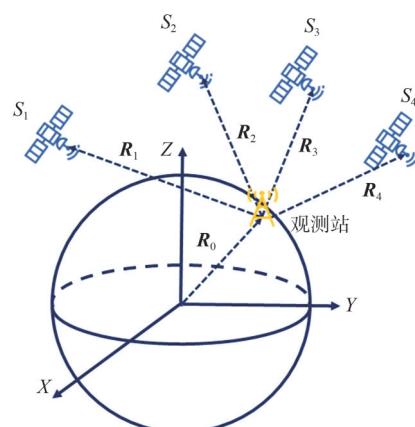


图2 卫星与接收机位置关系

Fig. 2 Satellite versus receiver position

卫星到接收机的位置矢量的模长为

$$R_i = \sqrt{(X_i - X_o)^2 + (Y_i - Y_o)^2 + (Z_i - Z_o)^2} \quad (6)$$

在不考虑测量噪声的情况下,可得位置矩阵:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{X_o - X_1}{R_1} & \frac{Y_o - Y_1}{R_1} & \frac{Z_o - Z_1}{R_1} & 1 \\ \frac{X_o - X_2}{R_2} & \frac{Y_o - Y_2}{R_2} & \frac{Z_o - Z_2}{R_2} & 1 \\ \frac{X_o - X_3}{R_3} & \frac{Y_o - Y_3}{R_3} & \frac{Z_o - Z_3}{R_3} & 1 \\ \frac{X_o - X_4}{R_4} & \frac{Y_o - Y_4}{R_4} & \frac{Z_o - Z_4}{R_4} & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

通过对位置矩阵进行变换得到DOP矩阵 $\mathbf{D}$ :

$$\mathbf{D}^{-1} = [\mathbf{P}^T \mathbf{P}]^{-1} \quad (8)$$

将 $\mathbf{D}$ 分解为如下形式:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \quad (9)$$

根据矩阵 $\mathbf{D}$ 中的各个元素,可对不同DOP值进行求解,几何精度因子(GDOP)既考虑了时间上的误差又考虑了空间上的误差,比其他精度因子更全面也更严苛,所以本文选用GDOP值作为衡量导航星座定位精度的指标,GDOP求解如下:

$$D_G = \sqrt{D_{11} + D_{22} + D_{33} + D_{44}} \quad (10)$$

对 $V_n^t = 0$ 的时刻观测点,讨论该点的GDOP是没有意义的,因此,本文对低轨卫星混合星座覆盖区域观测点的GDOP进行评估。设采样时刻 $t$ 观测点 $n$ 的GDOP观测矩阵为 $\mathbf{D} = \{D_n^t\}$ 定义如下:

$$D_n^t = \begin{cases} D_n^t, & V_n^t = 1 \\ +\infty, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

式中: $D_n^t$ 为在采样时刻 $t$ 观测点 $n$ 处的GDOP观测值。则低轨卫星混合星座导航性能 $G$ 表示为

$$G = \sum_{n=1}^N \left( \max_{t=1 \dots T/\Delta t} D_n^t \right) / N \quad (12)$$

### 1.3 性能约束

考虑到卫星星载设备性能、覆盖任务需求、导航任务需求以及星座构型设计等,混合低轨卫星星

座设计主要受卫星导航原理、星座空间结构等条件制约,具体描述如下:

#### 1) 卫星仰角掩模角约束

卫星的仰角掩模角 $\varepsilon$ 是描述卫星覆盖能力的重要指标,不同卫星星载导航设备不同导致了 $\varepsilon$ 的差异。如图3, $\varepsilon$ 决定了单颗卫星对地面的覆盖范围,星下点与覆盖边缘之间相对于地心的角半径 $\alpha$ 表示为

$$\alpha = \arccos \left( \frac{r_e}{a + r_e} \cdot \cos \varepsilon \right) - \varepsilon \quad (13)$$

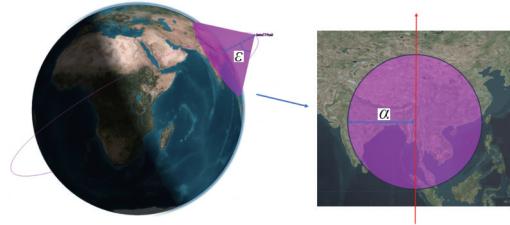


图3 仰角掩模角与覆盖范围示意图

Fig. 3 Elevation mask angle and coverage schematics

设卫星机载设备的最小仰角掩模角为 $\varepsilon_{\min}$ ,则有仰角掩模角约束

$$\varepsilon \leq \varepsilon_{\min} \quad (14)$$

#### 2) 连续覆盖约束

式(4)中 $V$ 是一个关于时间 $t$ 与观测点 $n$ 离散化的布尔值矩阵,对于一个观测点,单一时刻满足可见卫星需求是不能正常完成导航任务的,设要求最小连续覆盖时间为 $T_{\min}$ ,则有连续覆盖约束:

$$\sum_{t_i=t_0}^{t_{\text{last}}} V_n^{t_i} \geq \frac{T_{\min}}{\Delta t} \quad (15)$$

式中:任一时刻 $t_i \in [t_0, t_{\text{last}}]$ 均满足 $V_n^{t_i} = 1$ ,即在周期 $T$ 的时间段 $t_0 \sim t_{\text{last}}$ 内,观测点 $n$ 被连续覆盖。

#### 3) 精度失效约束

由GDOP的评级对星座几何构型进行评价<sup>[36]</sup>,有:通常认为 $D_G \leq 5$ 时,星座的定位精度优秀,定位误差较小; $5 < D_G \leq 10$ 时,星座的定位精度良好; $D_G > 10$ 时,星座的定位精度较差,定位误差急剧增大。因此,对于GDOP有以下约束:

$$D_n^t \leq 10 \quad (16)$$

#### 4) 空间构型约束

对于Walker星座中相位因子,存在以下约束:

$$0 < F \leq P - 1 \quad (17)$$

式中: $N, P, F \in Z$ 。

由于决策向量  $\mathbf{x}$  中, Walker 星座卫星数  $N_i$  与轨道个数  $P_i$  均为变量, 因此在变化的过程中应该始终保持  $N_i$  与  $P_i$  之间存在整数倍数的关系, 即:

$$N_i/P_i = \lambda \quad (18)$$

式中: $\lambda \in N^*$ 。

#### 1.4 寻优问题描述

在以往的研究中, 多以最小化导航精度因子作为优化目标, 或加以可见卫星数、卫星总数组合为多目标优化问题, 但对于全球导航增强来说, 覆盖率也是导航增强任务执行好坏的重要评价指标。

##### 1) 最大化覆盖率

$$\min f_1 = \min(1 - C) = \min\left(1 - \frac{\Delta t \cdot \sum_{t=1}^{T/\Delta t} \left( \sum_{n=1}^N V_n^t / N \right)}{T}\right) \quad (19)$$

为了统一目标函数求算最小值, 当  $1 - C$  最小时, 覆盖率  $C$  最大。

##### 2) 最小化导航精度因子

$$\min f_2 = \min G = \min\left(\sum_{n=1}^N \left( \max_{t=1 \dots T/\Delta t} D_n^t \right) / N\right) \quad (20)$$

上述两个目标函数在优化过程受到以下约束:

$$\text{s. t. } \begin{cases} v_{\min} \geq 4 \\ \varepsilon \leq \varepsilon_{\min} \\ \sum_{t=t_0}^{t_{\text{last}}} V_n^{t_i} \geq \frac{T_{\min}}{\Delta t} \\ D_n^t \leq 10 \\ 0 < F \leq P - 1 \\ N_i/P_i = \lambda \\ N, P, F \in Z \\ \lambda \in N^* \end{cases} \quad (21)$$

式中: 第一个约束表示满足覆盖要求需要至少同时被 4 颗卫星覆盖, 其余约束见式(13)~(18)。

目标函数(19)和(20)是有冲突的。目标函数(19)会使混合星座中卫星尽量均匀分布, 并通过较大轨道倾角来弥补两极卫星稀少的不足, 而目标函数(20)则要求在覆盖范围内的观测点上空卫星数量尽可能多, 而忽视未覆盖区域。此外, 目标函数(19)倾向于轨道个数少, 每个轨道上卫星数多, 而目标函数(20)倾向于通过增加轨道个数而使得被覆盖观测点上空卫星分布更立体。传统的单目标优化

问题通过给定两个目标函数对应权重, 将两个目标函数加权为一个目标, 通过调整权重引导优化过程侧重优化其中一个目标, 权重系数很大程度对优化过程产生影响, 权重系数的选择尚未有统一的确定方式, 并且一定程度取决于执行任务的要求。本文采用基于 Pareto 模型的多目标优化算法对多目标优化问题进行求解。

#### 2 多目标关联染色体非支配排序遗传算法

星座设计问题已被证明是一个不确定非线性的优化问题, 星座的构型对性能的影响没有理论的可行逻辑, 变量的微小变化可能导致巨大的性能差异, 尤其对于  $F$  而言, 星座性能对其极其敏感, 在相同  $N$  和  $P$  的星座中,  $F$  的不同可能表现出非常好或者差的性能, 目前尚未有主流算法求解有效解, 现有的研究主要采用智能优化算法计算近似最优解。本文设计了一种关联染色体拓展、混沌初始化及自适应算子的多目标关联染色体非支配排序遗传算法优化策略实现了对星座构型的优化。

##### 2.1 关联染色体的拓展

决策变量  $\mathbf{x} = [N_1, P_1, F_1, I_1, \omega_1, P_2, F_2, I_2, \omega_2]$  中,  $N_i/P_i/F_i$  是有关联的, 约束(21)中第 5、6 条说明了它们之间的关系, 而在传统的遗传算法变异过程中, 变异的方向是随机不确定的, 这使得约束极易违反, 此外,  $N_i/P_i/F_i$  是相互配合的, 若  $N_i$  随变异发生改变而  $P_i$  并未改变, 此时的  $P_i$  对于  $N_i$  而言是没有意义的。因此, 本文提出了关联染色体的概念, 对于不同的  $N_i$ , 它们有各自的关联染色体, 对于  $P_i$  和  $F_i$  的变异, 将在各自拓展的关联染色体中进行。

图 4 为关联染色体的变异策略, 以  $N_1/P_1/F_1$  为例, 变异后的  $N_1$  将拓展其关联染色体,  $P_1$  的变异将在所拓展的关联染色体中进行,  $F_1$  的变异同理。

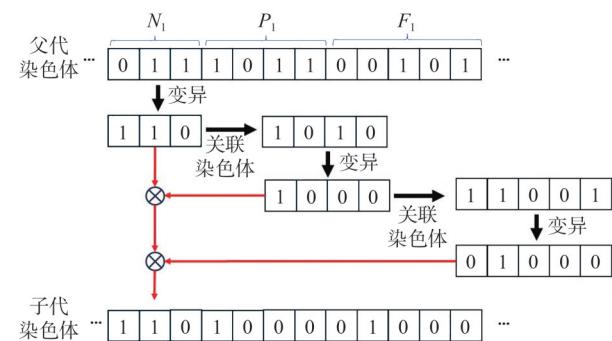


图 4 关联染色体变异流程

Fig. 4 Associated chromosome variation process

图 5 为关联染色体交叉策略, 交叉过程首先在染色体  $N_1$  中进行, 对交叉后  $N_1$  染色体进行关联, 拓展其对应的  $P_1$  与  $F_1$ , 形成中间染色体, 之后在此基础上对  $P_1$  与  $F_1$  按照交叉概率进行交叉, 最终获得新的染色体。

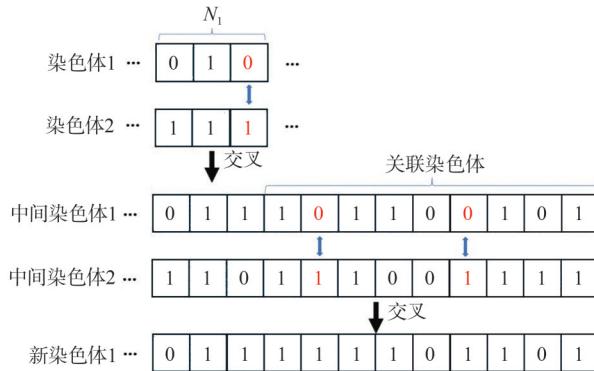


图 5 关联染色体交叉过程

Fig. 5 Linked chromosome crossover process

## 2.2 基于 Cubic 混沌初始的解的编码

对决策变量  $\mathbf{x} = [N_1, P_1, F_1, I_1, \omega_1, P_2, F_2, I_2, \omega_2]$  采用二进制编码, 染色体长度为  $L$ , 种群个数为  $C$ , 种群中某一条染色体的基因片段的实值用  $r_i^j$  表示, 其中,  $i = 1, \dots, C$  表示种群中染色体编号,  $j = 1, \dots, 9$  表示染色体中基因片段的位置。

伪随机数生成器是大部分群智能算法生成初始种群的方法, 但该方法通过特定的算法产生, 生成的随机数序列在某种程度可预测。为使种群的初始分布更具随机性, 本文提出了一种将混沌映射用于遗传算法的改进算法, 混沌系统由于其对初值的敏感性和不可预测性, 已经成为构造随机数发生器的工具, 用来生成随机序列。其中, Cubic 混沌映射具较好的混沌遍历性, 有寻优速度快、精度高的特点, 生成的种群拥有高度随机性和不确定性, 有助于保证解的多样性, 提高找到近似最优解的收敛速度。

种群随机生成公式如下:

$$r_i^j = r_{i\min}^j + (r_{i\max}^j - r_{i\min}^j) \times \mu_i^j \quad (22)$$

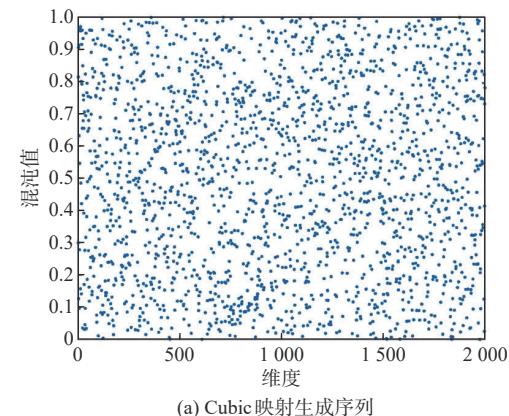
式中:  $r_{i\min}^j, r_{i\max}^j$  表示决策变量  $x_j$  的范围上下限;  $\mu_i^j$  称为混沌算子。

混合星座的优化设计既包括连续变量的优化又包括离散变量的优化, 搜索范围宽泛, Cubic 混沌映射具有良好的混沌遍历性, 灵活性和通用性, 满足模型需要。其表达式如下:

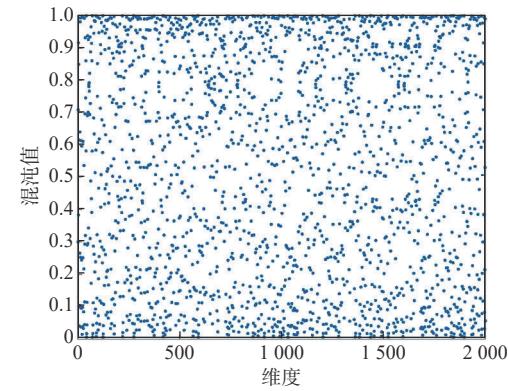
$$\mu_{i+1}^j = \rho \cdot \mu_i^j (1 - (\mu_i^j)^2) \quad (23)$$

式中:  $\rho$  为控制参数, 当  $\rho = 2.595$  时生成的混沌变量具有更好的遍历性。

Cubic 映射和伪随机生成器生产的序列散点分布图如图 6 所示, 可知 Cubic 映射产生的随机数更具有随机性和无序性。因此, 通过 Cubic 映射生成的初始星座构型遍历性更强, 搜索空间更合理。



(a) Cubic 映射生成序列



(b) 伪随机生产器生成序列

图 6 Cubic 与伪随机生成随机序列散点分布  
Fig. 6 Pseudo-random and Cubic generation of random sequence scatter distributions

需要注意的是, 由于关联染色体的提出, 种群初始化并非一次完成的, 在  $N_1$  通过变异或交叉产生新解时, 对应的  $P_1, P_2, F_1, F_2$  也需要再次进行初始化。

## 2.3 自适应变异算子

为了保证种群规模的多样性, 同时提高算法的局部搜索解能力, 本文对变异算子进行了自适应处理。

变异算子的大小受群体适应度的变化而发生改变, 当种群适应度较小时, 应提高变异概率, 加快搜索速度; 而当种群适应度接近最大适应度  $f_{\max}$  时, 交叉和变异概率值的增大会破坏掉种群中的最佳个体, 所以应放缓变异概率。

在遗传算法中,变异算子 $p_k$ 的计算公式应符合随迭代次数 $k$ 变化的动态特性,表达式如下所示:

$$p_k = p_m \left( \frac{1}{2} + \sin \left( \pi \left( \frac{f_k}{f_{\max}} - \frac{1}{2} \right) \right) \right) \quad (24)$$

式中: $p_m \in (0, 1)$ 为变异参数; $f_k$ 为第 $k$ 代种群的平均适应度。

## 2.4 算法框架

本节给出了多目标拓展染色体非支配排序遗传算法实现步骤。

1) 初始化种群:由式(22)对种群中个体进行初始化。

2) 计算适应度:以初始化的决策变量作为输入,计算目标函数(19)、(20)作为适应度函数。

3) 非支配排序:将种群中的个体划分为多个前沿。通过确定每个个体的非支配级别进行排序,以标识不同个体占据的Pareto前沿的不同位置。

4) 拥挤距离计算:为了保持Pareto前沿的多样性,通过计算拥挤距离,度量个体在目标空间的密度。拥挤距离越大,个体之间的距离越远。

5) 选择操作:通过比较个体的非支配级别和拥挤距离来执行,采用二元锦标赛作为选择操作。

6) 交叉/变异操作:按照图4、图5的策略,将选出的个体按照交叉概率进行交叉,按照式(24)产生的变异因子发生变异,生成父代种群,并将父代和子代合并成一个更大的候选种群。

7) 迭代:将生成的新子代种群迭代,直到满足停止条件(达到最大迭代次数)。

以上步骤如图7所示,图中加粗部分为本文改进内容。

## 3 仿真实验及结果分析

为验证本文模型的有效性和算法的可靠性,开展了对工程实例的仿真。

### 3.1 参数配置

仿真以双Walker混合轨道不同高度组合进行了4组实验,分别为600 km + 800 km、700 km + 900 km、800 km + 1 000 km 和 900 km + 1 100 km,混合轨道优化设计的决策变量变化范围及编码精度如表1所示。

多目标拓展染色体非支配排序遗传算法寻优过程中基本参数如表2所示。

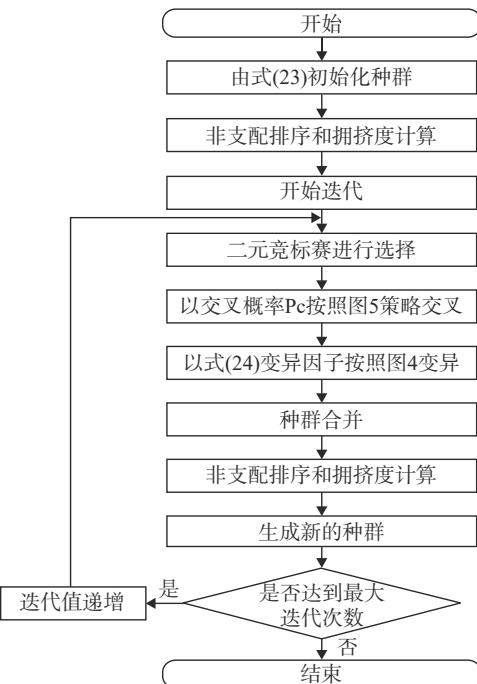


图7 多目标拓展染色体非支配排序遗传算法流程框图

Fig. 7 Block diagram of the flow of the genetic algorithm for non-dominated sorting of multi-objective expanding chromosomes

表1 混合轨道优化设计决策变量编码规则

Table 1 Rules for coding decision variables for hybrid track optimization design

染色体基因位置	基因片段顺序	变量范围	编码精度(位)
1	$N_1$	20 ~ 60	3
2	$P_1$	2 ~ 9	4
3	$F_1$	1 ~ $P_1 - 1$	5
4	$I_1/(\text{°})$	0 ~ 90	5
5	$\omega_1/\text{rad}$	0 ~ $2\pi$	3
6	$P_2$	2 ~ 9	4
7	$F_2$	1 ~ $P_2 - 1$	5
8	$I_2/(\text{°})$	0 ~ 90	5
9	$\omega_2/\text{rad}$	0 ~ $2\pi$	3

### 3.2 多目标寻优校验

本节通过展示多目标寻优的过程和结果,验证本文算法的可行性。在寻优过程中,记录每一次迭代的非支配解集中所有解对应的目标函数值并表示在二维空间中,称为每一代的近似Pareto面。如图8所示,选取了不同混合轨道高度组合的第1代、第10~50代每间隔10代、第100代的近似Pareto面

表2 星座设计基本参数表

Table 2 Basic parameters of constellation design

星座参数	算法参数		观测模型参数	
偏心率/(°)	0	种群个数	15	任务时间 混合轨道 周期
RAAN/(°)	0	迭代次数	120	空间采样数 200
平近点角/(°)	0	交叉概率	0.2	时间采样 间隔/min 1
卫星总数/个	80	变异因子	0.6	
		Pareto 权重 个数	10	

进行展示。图中横轴为目标函数  $f_1$ , 表示星座导航性能的总权重, 负方向为导航性能提高。纵坐标为目标函数  $f_2$ , 表示星座覆盖率总权重, 由于  $f_2$  在计算时实际表示星座未覆盖率, 因此, 纵坐标负方向为覆盖率提高。由于轨道高度不同, 目标函数  $f_1$  和  $f_2$  的最小值是不同的, 但整体来看, 点越靠近左下, 代表解越优。

以图 8(a)为例, 第 100 代近似 Pareto 面沿纵坐标负方向, 权重点依次记为  $S_1 \sim S_{10}$ 。对于 600 km + 800 km 组合,  $S_1 \sim S_7$  覆盖率不足 55%, 因此舍弃;  $S_9$  和  $S_{10}$  虽然覆盖率高, 但导航精度因子偏高, 因此  $S_8$  为该组合优化的最优解。按照上述原则, 其余三组的最优解依次为  $S_7$ ,  $S_6$  和  $S_4$ 。图 8 可以看出, 若要使  $f_2$  减小以提高覆盖率则要牺牲覆盖区域内 GDOP 精度, 从而使  $f_1$  升高, 因此目标函数  $f_1$  与  $f_2$  存在冲突。

### 3.3 改进算法优越性比较与分析

由于近似 Pareto 面难以直观比较不同算法在每代的更新情况以及整个寻优过程的收敛速度, 文献 [37]利用近似 Pareto 面得到的优势解集将多目标优化问题转换为单目标优化问题进一步探索算法优越性。如图 7 算法是在单目标遗传算法改进的基础上提出的, 在保留了传统的快速精英多目标遗传算法非支配排序和二元锦标赛选择的基础上, 对算法的初始化、交叉和变异的过程进行了改进。因此, 为验证关联染色体、混沌初始化、自适应变异算子在优化问题的优越性, 本文将覆盖率最大化和覆盖区域导航精度最小化按 3.2 节得到的权重, 合并为单目标问题进行验证, 单目标优化目标函数如下:

$$\min f = \min (w_1(1 - C) + w_2 G) \quad (25)$$

由 3.2 小节分析得到的优化最优解, 四组轨道

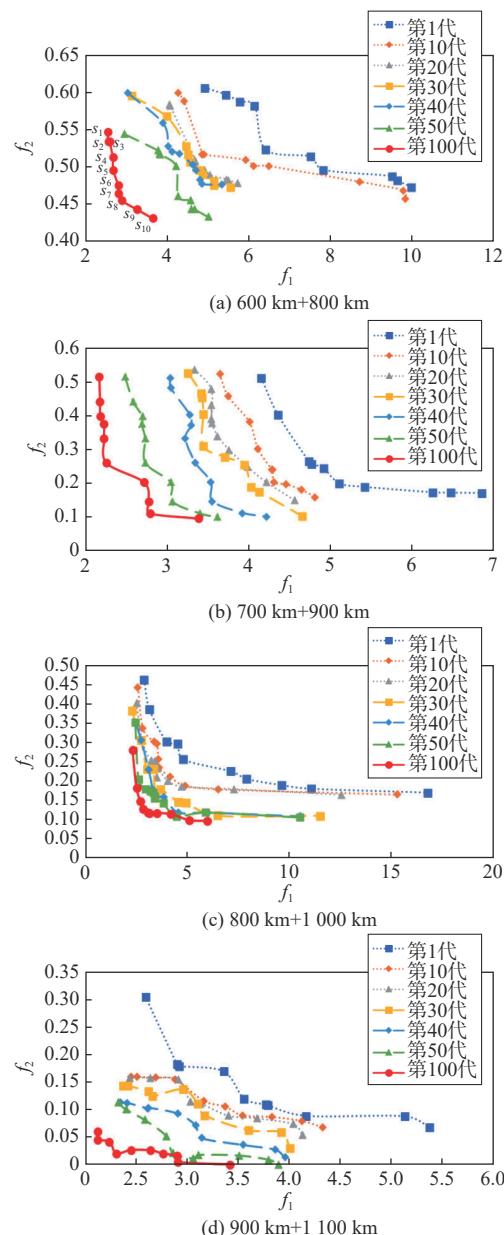


图 8 不同高度组合下多目标拓展染色体非支配排序遗传算法优化过程

Fig. 8 Optimization process of multi-objective expanding chromosome non-dominated sorting genetic algorithm under different height combinations

高度组合最优解对应权重比  $w_1 : w_2$  分别为 8:2、7:3、6:4 和 4:6。

本文将提出的单目标关联染色体遗传算法 (Single objective expanded chromosome genetic algorithm, SOECCA) 单目标遗传算法 (GA) 和粒子群算法 (PSO) 分别对式(25)求解进行对比, 各自进行了 15 组仿真, 选取其中一组仿真分析其优化收敛过程如图 9, 仿真实验统计如表 3。

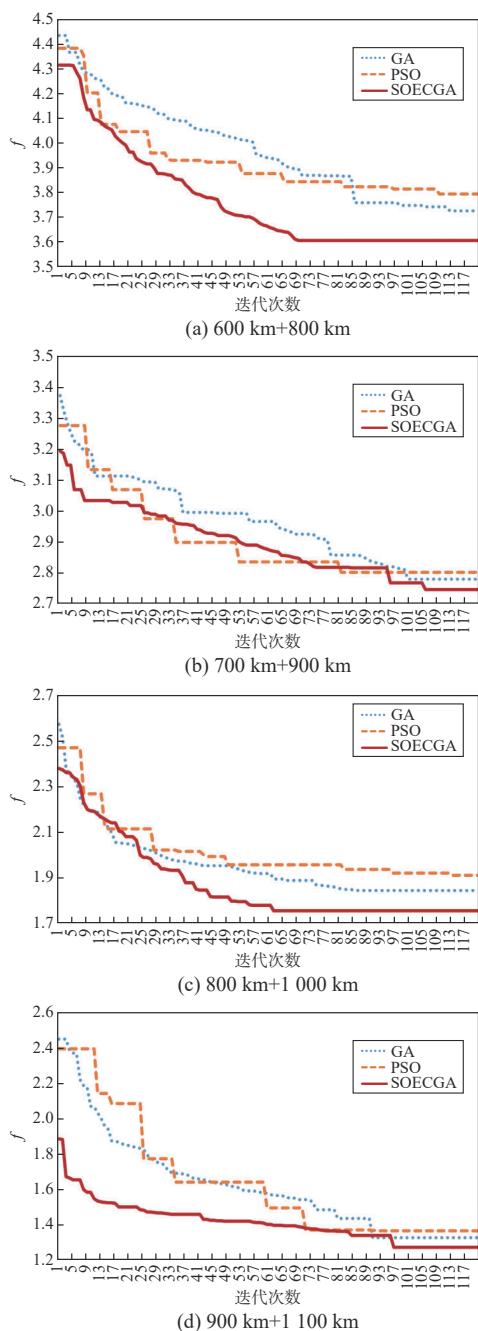


图9 单目标优化问题收敛过程  
Fig. 9 Convergence process for single-objective optimization problems

图9中纵坐标为目标函数(25)归一化处理后的适应度值,横坐标为迭代次数。可以看出,由于PSO需要在每次迭代更新位置与速度,对于高维变量,更新参数较多,每一个变量均需分配一组学习因子,这使得参数调整困难,且更新缓慢,极易陷入局部最优。GA与SOECGA比较,SOECGA初始化种群更优秀,近似最优解分别比GA低0.21、0.07、

0.08和0.21,收敛时间分别比GA早30、-6、24、-7代。

表3对图9中一次仿真的相关量进行了统计,更直观地比较了不同算法,表中SOECGA算法的迭代初值明显优于GA与PSO,这得益于Cubic混沌初始化。从迭代平均值、标准差可以看出,SOECGA在优化收敛过程中稳定性更好,波动和不确定性更小,这得益于变异算子自适应处理的结果。

表4统计了不同算法对于固定权重下单目标函数适应度及两个子目标函数适应度在15次仿真下近似最优解的统计学度量。表中可以看出,SOECGA对于两个子目标函数的平均值整体优于PSO与GA,近似最优解的标准差低于PSO与GA两种算法,这反映了算法的稳定性,与GA相比平均收敛代数更快,效率更高,而PSO提前收敛是因为其陷入了局部最优,统计量整体来看,相对于GA算法与PSO算法,SOECGA算法在快速性、稳定性、收敛性与搜索性上得到了改善。

### 3.4 最优解与仿真平台验证

3.3节中一次仿真的单目标优化最优解如表5所示,表中“+”号前面为Walker1星座参数,“+”号后面为Walker2星座参数。值得注意的是,对于80颗卫星总数的仿真实验中,轨道个数的组合始终为“5+5”,在接下来的研究中,针对混合轨道个数可以尝试探索其一般性规律。

本文以卫星工具包仿真平台搭建表5中不同轨道组合的近似最优混合星座,以验证模型的正确性及优化过程的有效性,仿真平台参数设置与表2“观测模型参数”一致。仿真时长为混合轨道周期,覆盖网格精度为 $18^\circ$ ,离散时间间隔为1 min。

表6对比了本文模型计算所得与通过仿真平台导出的报告所得的全球覆盖率与覆盖范围内的GDOP平均值。可以看出,仿真模型结果与仿真平台验证结果基本吻合,验证了模型的正确性。

仿真对比结果如图10所示,四组混合星座轨道组合中,第1组覆盖率不足80%,不予考虑;第2组虽覆盖率基本满足要求,但在中纬度地区,尤其在陆地区域导航精度极差,难以满足导航增强的任务需求;第3、4组在覆盖率及导航精度上均实现了理想的任务需求,可在轨道高度上做出取舍,此外,本文轨道组合仍然有限,在未来的设计中能够进一步探索轨道高度与其他性能指标的权重关系。

表3 一次仿真优化结果对比

Table 3 Comparison of optimization results in one simulation

轨道高度	优化算法	种群最差值	迭代初值	迭代平均值	迭代标准差	迭代最优值	收敛代数
600 km + 800 km	GA	91.315	4.435	3.972	0.196	3.729	99
	PSO	11.292	4.385	3.932	0.153	3.798	110
	SOECCGA	89.152	4.316	3.769	0.204	3.611	69
700 km + 900 km	GA	18.833	3.376	2.965	0.140	2.785	100
	PSO	5.720	3.280	2.913	0.138	2.807	82
	SOECCGA	118.008	3.197	2.895	0.110	2.751	106
800 km + 1 000 km	GA	6.867	2.573	1.958	0.143	1.847	87
	PSO	2.821	2.469	2.022	0.140	1.914	114
	SOECCGA	116.377	2.380	1.878	0.177	1.759	63
900 km + 1 100 km	GA	4.626	2.443	1.620	0.279	1.331	90
	PSO	5.358	2.390	1.644	0.327	1.369	92
	SOECCGA	52.227	1.884	1.416	0.115	1.276	97

表4 15次仿真实验统计量对比

Table 4 Comparison of statistics for 20 simulation experiments

轨道高度	优化算法	覆盖率平均值	GDOP 平均值	最优解最差值	最优解平均值	最优解标准差	平均收敛代数
600 km + 800 km	GA	53.23%	3.299	3.570	3.430	0.084	94
	PSO	54.47%	3.336	3.644	3.451	0.135	84
	SOECCGA	54.21%	3.187	3.423	3.376	0.037	87
700 km + 900 km	GA	88.06%	3.481	2.695	2.566	0.056	104
	PSO	82.34%	3.402	3.232	2.996	0.122	72
	SOECCGA	84.53%	2.813	2.515	2.472	0.110	88
800km + 1 000 km	GA	99.56%	2.698	1.675	1.636	0.020	89
	PSO	98.83%	2.722	1.733	1.665	0.043	79
	SOECCGA	99.64%	2.636	1.635	1.595	0.023	86
900 km + 1 100 km	GA	99.98%	2.114	1.292	1.269	0.012	94
	PSO	99.62%	2.155	1.336	1.297	0.001	77
	SOECCGA	100.00%	2.094	1.262	1.256	0.005	87

表5 一次仿真近似最优解解集

Table 5 Sets of optimal solutions for a single simulation

序号	轨道组合	卫星数	轨道个数	相位因子	轨道倾角/(°)	近地点张角/(°)
1	600 km + 800 km	55 + 25	5 + 5	3 + 1	50.63 + 75.94	112.5 + 157.5
2	700 km + 900 km	40 + 40	5 + 5	1 + 1	36.59 + 79.75	135 + 45
3	800 km + 1 000 km	55 + 25	5 + 5	3 + 4	64.69 + 19.69	0 + 67.5
4	900 km + 1 100 km	55 + 25	5 + 5	1 + 4	61.87 + 25.31	112.5 + 135

表6 本文模型与仿真平台验证实验所得目标函数值对比

Table 6 Comparison of objective function values obtained from the proposed model and simulation platform validation experiments

序号	轨道组合	数据来源	全球覆盖率	覆盖区域 GDOP 平均值
1	600 km + 800 km	本文模型实验	60.48%	3.46
		平台验证实验	62.33%	3.84
2	700 km + 900 km	本文模型实验	89.76%	2.91
		平台验证实验	88.63%	3.16
3	800 km + 1 000 km	本文模型实验	99.92%	2.61
		平台验证实验	98.79%	2.73
4	900 km + 1 100 km	本文模型实验	100%	2.07
		平台验证实验	100%	2.12

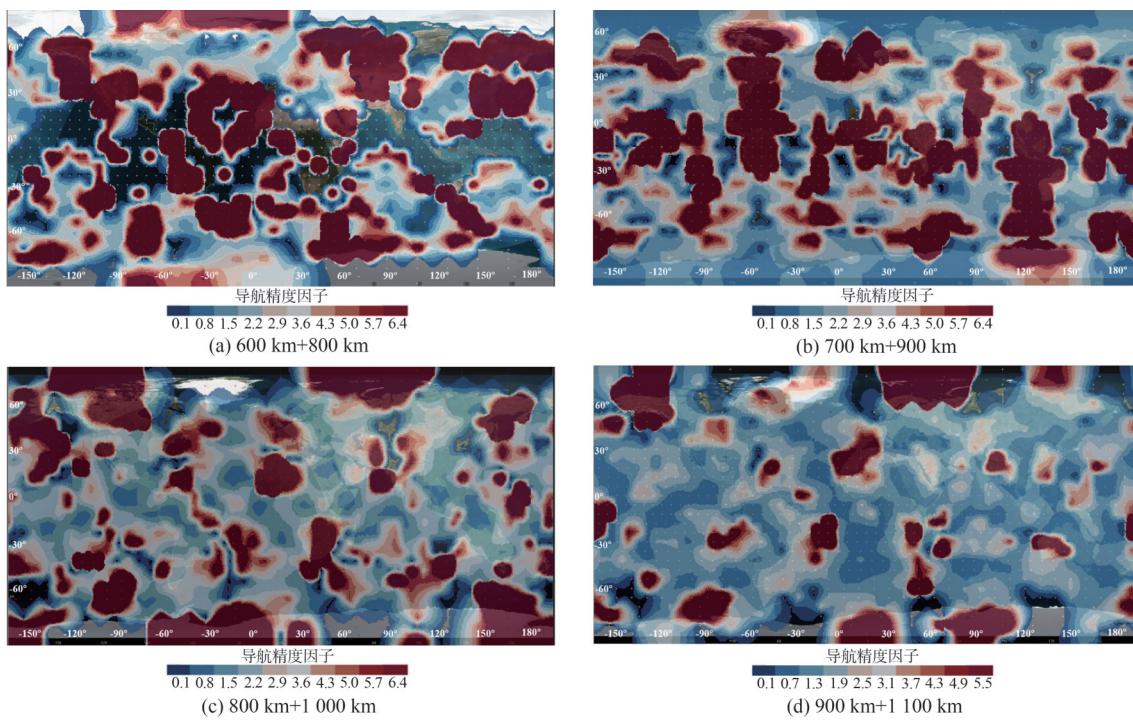


图10 全球导航精度分布

Fig. 10 Global navigation accuracy distribution

## 4 结 论

本文以最大化全球覆盖率和最小化导航精度为目标,建立了低轨卫星导航增强混合星座模型与观测模型。设计了一种染色体关联的编码策略,在变异/交叉过程中,针对关联染色体变异/交叉情况进行拓展,此外,设计了Cubic混沌映射的初始化方式与自适应的遗传算子,对遗传算法进行改进。采用多目标关联染色体非支配排序遗传算法求解该多目标优化问题,利用关联染色体的相关性,一定程度克服了优化过程的盲目性,避免了强约束的违反,显著改善了算法的优化效果。仿真结果表明,本文提出的算法初始解更加优秀,收敛速度更快,优化效果好,可以满足在导航精度因子较小的情况下实现较高的全球覆盖率。在后续的工作中,将会研究考虑卫星故障条件下低轨导航增强星座优化问题。

## 参 考 文 献

- [1] TANG C P, HU X G, ZHOU S S, et al. Initial results of centralized autonomous orbit determination of the new-generation BDS satellites with inter-satellite link measurements[J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(10): 1155–1169.
- [2] 肖洋, 李理敏, 常家超, 等. 基于北斗Ka星间链路的地面用
- 户导航方法[J]. 宇航学报, 2019, 40(3): 320–326.
- XIAO Yang, LI Limin, CHANG Jiachao, et al. Navigation method for terrestrial users based on Beidou ka inter-satellite links[J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(3): 320–326.
- [3] ENGE P, FERRELL B, BENNETT J, et al. Orbital diversity for satellite navigation[C]. The 25th International Technical Meeting of Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2012), Nashville, USA, September 17–21, 2012.
- [4] GE H B, LI B F, GE M R, et al. Initial assessment of precise point positioning with LEO enhanced global navigation satellite systems (LeGNSS)[J]. Remote Sensing, 2018, 10(7): 984.
- [5] LI X X, MA F J, LI X, et al. LEO constellation-augmented multi-GNSS for rapid PPP convergence[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(5): 749–764.
- [6] DE SELDING P B. Virgin, qualcomm invest in OneWeb satellite Internet venture[EB/OL]. (2015-01-15)[2024-07-15]. <https://spacenews.com/virgin-qualcomm-invest-in-global-satellite-internet-plan/>.
- [7] DE SELDING P B. Boeing proposes big satellite constellations in V-and C-bands[EB/OL]. (2016-06-23)[2024-07-15]. <https://spacenews.com/boeing-proposes-big-satellite-constellations-in-v-and-c-bands/>.
- [8] DE SELDING P B. SpaceX to build 4,000 broadband satellites in Seattle [EB/OL]. (2015-01-19)[2024-07-15]. <https://spacenews.com/spacex-opening-seattle-plant-to-build-4000-broadband-satellites/>.
- [9] REID T G, NEISH A M, WALTER T F, et al. Leveraging

- commercial broadband LEO constellations for navigating[C]. The 29th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Portland, USA, September 12–16, 2016.
- [10] LI B F, GE H B, GE M R, et al. LEO enhanced Global navigation satellite system (LeGNSS) for real-time precise positioning services[J]. *Advances in Space Research*, 2019, 63(1): 73–93.
- [11] MENG Y S, BIAN L, HAN L, et al. A global navigation augmentation system based on LEO communication constellation [C]. 2018 European Navigation Conference (ENC), Gothenburg, Sweden, May 14–17, 2018.
- [12] 王磊, 李德仁, 陈锐志, 等. 低轨卫星导航增强技术: 机遇与挑战[J]. *中国工程科学*, 2020, 22(2): 144–152.
- WANG Lei, LI Deren, CHEN Ruizhi, et al. Low earth orbiter (LEO) navigation augmentation: Opportunities and challenges [J]. *Strategic Study of CAE*, 2020, 22(2): 144–152.
- [13] FOREMAN V L. Emergence of second-generation low earth orbit satellite constellations: A prospective technical, economic, and policy analysis[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2018.
- [14] GE H B, LI B F, NIE L W, et al. LEO constellation optimization for LEO enhanced global navigation satellite system (LeGNSS) [J]. *Advances in Space Research*, 2020, 66(3): 520–532.
- [15] WALKER J G. Satellite constellations[J]. *Journal of the British Interplanetary Society*, 1984, 37:559–572.
- [16] HASBI W, KAMIRUL. Tracking capability and detection probability assessment of space-based automatic identification system (AIS) from equatorial and polar orbiting satellites constellation [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 184120–184136.
- [17] MORTARI D, WILKINS M P, BRUCCOLERI C. The flower constellations[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2004, 52(1): 107–127.
- [18] YANG M Q, DONG X R, HU M. Design and simulation for hybrid LEO communication and navigation constellation[C]. 2016 IEEE Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC), Nanjing, China, August 12–14, 2016.
- [19] DEL PORTILLO I, CAMERON B G, CRAWLEY E F. A technical comparison of three low earth orbit satellite constellation systems to provide global broadband[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 159: 123–135.
- [20] 路余, 杜兰, 张中凯, 等. 增强型轨道列表星历及其在北斗混合星座中的应用[J]. *宇航学报*, 2015, 36(7): 804–810.
- LU Yu, DU Lan, ZHANG Zhongkai, et al. Enhanced orbit catalogue ephemeris and its application in BeiDou mixed constellation [J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(7): 804–810.
- [21] ASGARIMEHR M, HOSSAINALI M M. Optimization of geosynchronous satellite constellation for independent regional navigation and positioning in Middle East region[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 104(1): 147–158.
- [22] CUI H Z, HAN C. Satellite constellation configuration design with rapid performance calculation and ordinal optimization [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, 24(5): 631–639.
- [23] ARIAS-MONTANO A, COELLO C A C, MEZURA-MONTES E. Multiobjective evolutionary algorithms in aeronautical and aerospace engineering[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2012, 16(5): 662–694.
- [24] GAO Y, TIAN Y L, LIU H, et al. Gaussian fitting based optimal design of aircraft mission success space using multi-objective genetic algorithm[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(12): 3318–3330.
- [25] SUN Y J, SHEN G Z. Improved NSGA-II multi-objective genetic algorithm based on hybridization-encouraged mechanism[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2008, 21(6): 540–549.
- [26] 姜兴龙, 姜泉江, 刘会杰, 等. 采用改进非支配近邻免疫算法的低轨混合星座设计优化[J]. *宇航学报*, 2014, 35(9): 1007–1014.
- JIANG Xionglong, JIANG Quanjiang, LIU Huijie, et al. Design optimization of hybrid LEO constellation using modified non-dominated neighbor immune algorithm[J]. *Journal of Astronautics*, 2014, 35(9): 1007–1014.
- [27] SAVITRI T, KIM Y, JO S, et al. Satellite constellation orbit design optimization with combined genetic algorithm and semianalytical approach[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2017, 2017(1): 1235692.
- [28] PAEK S W, KIM S, DE WECK O. Optimization of reconfigurable satellite constellations using simulated annealing and genetic algorithm[J]. *Sensors*, 2019, 19(4): 765.
- [29] WAGNER K M, BLACK J T. Genetic-algorithm-based design for rideshare and heterogeneous constellations[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2020, 57(5): 1021–1032.
- [30] HAN Y, WANG L, FU W J, et al. LEO navigation augmentation constellation design with the multi-objective optimization approaches [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2021, 34(4): 265–278.
- [31] MELAKU S D, KIM H D. Optimization of multi-mission CubeSat constellations with a multi-objective genetic algorithm [J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(6): 1572.
- [32] MEZIANE-TANI I, MÉTRIS G, LION G, et al. Optimization of small satellite constellation design for continuous mutual regional coverage with multi-objective genetic algorithm[J]. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2016, 9(4): 627–637.
- [33] JUNG I, CHUNG D. Genetic algorithm-based approach for improving temporal resolution in constellation operation of national satellites[J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2025, 26(1): 314–326.
- [34] KEINERT B, INNMANN M, SÄNGER M, et al. Spherical fibonacci mapping[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2015, 34(6): 1–7.
- [35] GREJNER-BRZEZINSKA D, TOTH C, YI Y D. On improving navigation accuracy of GPS/INS systems[J]. *Photogrammetric*

- Engineering & Remote Sensing, 2005, 71(4): 377–389.
- [36] 李爽, 龚翼飞, 李克行, 等. 时变拓扑卫星集群分布式自主相对导航方法[J]. 宇航学报, 2023, 44(1): 119–131.  
LI Shuang, GONG Yifei, LI Kehang, et al. Distributed autonomous relative navigation method for satellite cluster with time-varying topology [J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(1): 119–131.
- [37] TANG C K, DING J W, ZHANG L L. LEO satellite downlink distributed jamming optimization method using a non-dominated sorting genetic algorithm[J]. Remote Sensing, 2024, 16(6): 1006.

## 作者简介:

薛向宏(1990-),男,讲师,硕士生导师,主要从事航天器制导、导航与控制等方面的研究。

通信地址:陕西省西安市金花南路5号(710048)

E-mail: xhxue@xaut.edu.cn

宋天航(2001-),男,硕士生,主要从事低轨卫星星座设计等方面的研究。

通信地址:陕西省西安市金花南路5号(710048)

E-mail: thsong@stu.xaut.edu.cn